Examen Partiel

Exercice 1 Dans un tableau, représenter les valeurs de `mat[][]` après ces instructions:

```
final int n = 6;
double[][] mat = new double [n+1][];
for(int i = 0 ; i < n+1 ; i++)
  mat[i] = new double[i+1];
for(int i = 0 ; i < n+1; i++)
  mat[i][0] = mat[i][i] = 1;
for(int i = 2 ; i < n+1; i++)
  for(int j = 1 ; j <= i -1 ; j++)
    mat[i][j] = mat[i-1][j-1] + mat[i-1][j];
```

Exercice 2 Donnez la complexité $\Theta(\cdot)$ des algorithmes suivants en fonction de l'entier n en paramètre en précisant les constantes c_1, c_2 et n_0 que vous avez utilisées.

```
public static void algo1(double x, int n){
 n=2048;
 for(int i=0;i<n;++i)
    for(int j=0;j<n;++j)
      x += j;
}
public static void algo2(double x, int n){
 for(int i=0;i<n;++i)
    for(int j=i;j<n;++j)
        for(int k=0;k<1024:k++)
           x -= j;
}
public static void algo3(double x, int n){
 for(int i=0;i<n;++i)
    for(int k=0;k<4096:k++)
        for(int j=i;j<n;++j)
           x -= j;
}
```

Exercice 3 Soit `void fonct(int n)` une procédure de complexité $f(n)$ et soit:

```
public static int algo4(int n){
  if(n==0) return 6;
  fonct(n);
  return algo4(n/2)+algo4(n/2)+algo4(n/2)+algo4(n/2);
}
```

Donnez la valeur asymptotique $\Theta(\cdot)$ du temps d'exécution de `algo4` dans les cas suivants:

1) $f(n) = 512n$;
2) $f(n) = 4n^2 + 32n$;
3) $f(n) = \frac{n^4}{256}$.

Exercice 4 Soit T un ensemble, $r \in T$, et une fonction p de $T \setminus \{r\}$ dans T. Montrer que T est un arbre si et seulement si $p^k(x) = x$ implique $k = 0$ pour tout $x \in T \setminus \{r\}$.

Exercice 5 Donnez un algorithme de complexité $O(n^k)$, où k est un réel fixé strictement inférieur à 2, pour multiplier deux entiers de n digits (par-exemple $k = 1.58$).