

Rattrapage

Exercice 1 Soit $T(n)$ le temps d'exécution d'un algorithme en fonction de n satisfaisant $T(n) = 28T(n/3) + f(n)$. Donnez la valeur asymptotique $\Theta(\cdot)$ de $T(n)$ dans les trois cas suivants:

- 1) $f(n) = 28n^2 + 4 \log n$;
- 2) $f(n) = 3^{28}n^3 + 7n^2$;
- 3) $f(n) = \frac{n^4}{99}$.

Exercice 2 Soit la fonction Java `algo()` suivante:

```
public static void algo(double x, int n){
    n=10;
    for(int i=0;i<n;++i)
        for(int j=i;j<n;++j)
            x += j;
}
```

1. Donnez la complexité $\Theta(\cdot)$ de `algo` en fonction de l'entier n en paramètre.
2. Préciser les constantes c_1 , c_2 et n_0 que vous avez utilisées.

Exercice 3 Soit (T, r, p) avec T un ensemble fini non vide, $r \in T$, et p une fonction de $T \setminus \{r\}$ dans T . Pour toute fonction p et tout entier k , on définit la fonction:

$$p^k(x) = \begin{cases} x & \text{si } k = 0 \\ p(p^{k-1}(x)) & \text{si } k > 0 \end{cases}$$

On dit que (T, r, p) est un arbre si pour tout $x \in T \setminus \{r\}$, il existe un entier $k \geq 1$ tel que $p^k(x) = r$. On note $\lfloor x/2 \rfloor$ le plus grand entier inférieur à $x/2$.

1. $(\{1,2,4,6,8\}, 1, \lfloor x/2 \rfloor)$ est-il un arbre?
2. $(\{1,2,4,5,6,8\}, 1, \lfloor x/2 \rfloor)$ est-il un arbre?
3. $(\{1,4,5,6,8\}, 1, \lfloor x/2 \rfloor)$ est-il un arbre?
4. Démontrez les réponses que vous avez données en 1,2,3.

Exercice 4 Soient les fonction Java `poire()` et `mangue()` suivantes:

```
public static double poire(int n, int p)
{ if(p>n) return 0.0;
  double res = 1.0;
  for(int i = n ; i >= p ; i--) res *= i;
  return res;
}
public static double mangue(int n, int p)
```

```

{ if(p>n) return 0.0;
  if(p==n)
  return (double) n;
  else
    return mangue(n, ((n+p)/2)+1) * mangue((n+p)/2,p);
}

```

1. Que font les fonctions `poire` et `mangue`?
2. Donnez leur complexité $\Theta(\cdot)$ en fonction de $m := n - p$.
3. Démontrer par induction sur i que `poire` fait ce que vous avez dit qu'elle faisait.
4. Démontrer par induction sur m que `mangue` fait ce que vous avez dit qu'elle faisait.

Exercice 5 On considère la complexité de la fonction `main` ci-dessous en fonction du paramètre d'entrée n :

```

import java.util.Random;
public class Multi{
  public static int increm(int n){if(n==0) return 0; else return ++n;}
  public static int decrem(int n){if(n==0) return 0; else return --n;}
  public static int MultiDecrem(int n, int k){
    while(n != 0 && k !=0){
      n=decrem(n);
      k--;
    }
    return n;
  }
  public static void main (String...args){
    int n = args[0];
    final int seed = args.length > 1 ?
      Integer.parseInt(args[1]) : (int) System.currentTimeMillis();
    final Random random = new Random(seed);
    int compt=n;
    while(compt--!=0){
      int alea = random.nextInt(3);
      if(alea==0) n=increm(n);
      if(alea==1) n=decrem(n);
      if(alea==2) n=MultiDecrem(n,n/2);
    }
  }
}

```

1. Après avoir taper sur un terminal la commande `javac Multi.java`, quelle est ensuite la différence entre `java Multi 50 548534` et `java Multi 50`?
2. Montrer que la complexité est $\Omega(n)$ et $O(n^2)$.
3. Montrer que la complexité est $\Theta(n)$.