

Rattrapage

Exercice 1 Soit $T(n)$ le temps d'exécution d'un algorithme en fonction de n satisfaisant $T(n) = 16T(n/2) + f(n)$. Donnez la valeur asymptotique $\Theta(\cdot)$ de $T(n)$ dans les cas suivant :

- 1) $f(n) = \frac{n^4}{9}$;
- 2) $f(n) = 3n^2 + 4 \lg n$;
- 3) $f(n) = n^5 + 7n^2$.

Exercice 2 Le but de cet exercice est d'établir la complexité de l'algorithme suivant :

```
public static void algo(double x, int n){
    for(int i=0;i<n;++i)
        for(int j=2i;j<n;++j)
            x += j;
}
```

A) Soient un entier n et deux fonctions :

$$es(n) = \sum_{i=1}^{\lfloor n/2 \rfloor} 2i \text{ et } os(n) = \sum_{i=1}^{\lfloor n/2 \rfloor} 2i - 1.$$

- 1) Montrer que $\sum_{i=1}^n i = os(n) + es(n)$.
- 2) Montrer que $\sum_{i=1}^n i = \Theta(n^2)$ en précisant les constantes c_1 , c_2 et n_0 utilisées.
- 3) Montrer que $os(n) \geq n$ si $n \neq 2$ et que $es(n) \leq os(n) + n$; en déduire que $es(n) = O(os(n))$ en précisant les constantes c et n_0 utilisées.
- 4) D'une manière similaire, montrer que $es(n) = \Omega(os(n))$ en précisant les constantes c et n_0 utilisées.
- 5) En déduire que $es(n) = \Theta(n^2)$ en précisant les constantes c_1 , c_2 et n_0 utilisées.

B) En utilisant les résultats de la partie A, donnez la complexité $\Theta(\cdot)$ de l'algorithme en fonction de l'entier n en paramètre, en précisant la fonction $T(n)$ et les constantes c_1 , c_2 et n_0 utilisées

Exercice 3 Donnez le code Java d'un algorithme `double pow(double x, int n)` qui élève x à la puissance n et dont la complexité est $O(\lg n)$. Démontrer que la complexité de votre algorithme est bien $O(\lg n)$.

Exercice 4 Soient a, b, c, d des réels. Le produit de deux nombres complexes $x = a + ib$ et $y = c + id$ est $xy = (ac - bd) + i(ad + bc)$. Donnez un algorithme qui calcule xy en effectuant que 3 produits de deux nombres réels au lieu de 4.