

Mini-Cours

Fonctions Sous-modulaires

Tom McCormick et Maurice Queyranne

Sauder School of Business at the University of British Columbia

Journées Polyèdres et Optimisation Combinatoire JPOC8

Clermont-Ferrand, 24-26 juin 2013

Les fonctions d'ensembles assignent des valeurs réelles ou rationnelles aux parties d'un ensemble donné. Les *fonctions sous-modulaires* sont des fonctions d'ensembles qui satisfont une propriété (*sous-modularité*) de valeur marginales décroissantes. Ces fonctions sous-modulaires sont intéressantes pour leurs nombreuses applications à une grande variété de domaines, ainsi que pour leurs propriétés, en particulier dans le cadre de problèmes d'optimisation discrète.

Plan du mini-cours :

1. Définitions des fonctions sous-modulaires
2. Survol de domaines d'applications des fonctions sous-modulaires
3. Vue d'ensemble de problèmes génériques d'optimisation impliquant des fonctions sous-modulaires, et leur complexité : pour une fonction de valeur (coût, ou profit) sous-modulaire, donnée par un *oracle de valeur*,
 - a. minimisation des fonctions sous-modulaires (*SFMin*), trouver un sous-ensemble de valeur minimum, soluble en temps polynomial ;
 - b. maximisation des fonctions sous-modulaires (*SFMax*), trouver un sous-ensemble de valeur maximum, NP-difficile mais admet de bons algorithmes d'approximation.
 - c. *SFMin* et *SFMax* sujets à une contrainte de budget, et algorithmes d'approximation.
4. Algorithmes à temps polynomial pour *SFMin* :
 - a. Programmes linéaires duaux pour *SFMin*
 - b. Analogies avec les algorithmes de chemins augmentants pour les problèmes de flux maximum et de coupes minimum.
 - c. La version Push-Relabel de l'algorithme de Schrijver pour *SFMin*
 - d. La minimisation de fonction *symétriques* sous-modulaires
5. Algorithmes d'approximation pour *SFMax*, sans ou avec contrainte
 - a. L'algorithme de Nemhauser, Wolsey et Fisher
 - b. Extensions
6. Autres sujets (selon le temps imparti)
 - a. Extensions de la sous-modularité aux fonctions de variables entières ou continues ; *SFMin* à variables entières
 - b. Propriétés paramétriques des problèmes *SFMin* (à variables discrètes ou continues)
 - c. Jeux coopératifs et non-coopératifs avec fonctions sous-modulaires